

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»**

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ

**Методические указания и задания
для выполнения типового расчета
по курсу «Математика»**

Направление подготовки
**35.03.07 Технология производства и
переработки сельскохозяйственной продукции**

Профиль подготовки
Технологии пищевых производств в АПК

Саратов 2018

Интегральное исчисление: метод. указания и задания для выполнения типового расчета по курсу «Математика» для направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции, / сост. Т.В.Кириллова //ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ».- Саратов, 2018

Методические указания и задания для выполнения типового расчета по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с программой и предназначены для студентов направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции. Они содержат рекомендации, примеры и задания к выполнению типового расчета. Позволяют студентам освоить основные математические методы, необходимые для анализа процессов и явлений в ходе поиска оптимальных решений практических задач, обучает методам обработки и анализа результатов эксперимента. Курс нацелен на формирование ключевых компетенций, необходимых для эффективного решения профессиональных задач и организации профессиональной деятельности.

Содержание

1. Общие методические указания.....	4
2. Пример выполнения задания.....	4
3. Варианты заданий.....	8
4. Критерии оценки типового расчета	26
5. Литература.....	27

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К выполнению типового расчета следует приступать после изучения темы "Интегральное исчисление функции одной переменной". Следует внимательно разобрать решение тех задач, которые приводятся в данном пособии. При этом следует руководствоваться следующими указаниями.

1. Типовой расчет выполняется студентом самостоятельно и сдается на проверку в установленный преподавателем срок.
2. Студент выполняет тот вариант, который соответствует его списочному номеру в журнале.
3. Работу следует выполнять на листах формата А, на первом листе должны быть указаны специальность, номер группы, фамилия и инициалы студента, и вариант.
4. Решения всех задач должны быть подробными, т.е. все вычисления необходимо делать полностью. Графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов графика. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на графике. Для замечаний преподавателя на каждой странице необходимо оставлять поля шириной 3 – 4 см.
5. После проверки работы преподавателем, студент должен сделать работу над ошибками и предоставить работу на повторную проверку.
6. Студент должен защитить работу по указанной теме, т.е. дать устные пояснения ко всем или некоторым задачам с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении задач. Студент допускается к защите типового расчета, если после очередной проверки, у преподавателя нет замечаний по его выполнению.
7. Типовой расчет считается выполненным только после правильного его решения и защиты.
8. Если в процессе изучения материала или при решении той или иной задачи у студента возникают вопросы, на которые он не может ответить самостоятельно, то он может обратиться к преподавателю для получения консультации.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{3x-1}$.

Решение. Применим способ внесения выражения под знак дифференциала:

$$\int \frac{dx}{3x-1} = \frac{1}{3} \int \frac{d(3x-1)}{3x-1} = \frac{1}{3} \ln|3x-1| + C.$$

1.2. $\int \frac{2x dx}{x+3}$.

Решение. Преобразуем подынтегральное выражение:

$$\int \frac{2x dx}{x+3} = 2 \int \frac{x+3-3}{x+3} dx = 2 \int \left(1 - \frac{3}{x+3}\right) dx = 2 \left(\int dx - 3 \int \frac{dx}{x+3} \right) = 2x - 3 \ln|x+3| + C.$$

$$1.3. \int \frac{dx}{2-3x^2}$$

Сведём данный интеграл к табличному:

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{2-3x^2} &= \int \frac{dx}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}x)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int \frac{d(\sqrt{3}x)}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}x)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x + \sqrt{2}}{\sqrt{3}x - \sqrt{2}} \right| + C = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x + \sqrt{2}}{\sqrt{3}x - \sqrt{2}} \right| + C \end{aligned}$$

$$1.4. \int \frac{\ln x dx}{x};$$

Решение. Применяем способ подстановки:

$$\int \frac{\ln x dx}{x} = \left[\begin{array}{l} \ln x = t, \\ dt = \frac{dx}{x} \end{array} \right] = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C.$$

$$.5. \int \frac{2x dx}{\sqrt{1-2x^2}}.$$

Решение. Применяем способ подстановки:

$$\int \frac{2x dx}{\sqrt{1-2x^2}} = \left[\begin{array}{l} t = 1-2x^2, \\ dt = -4x dx \end{array} \right] = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = -\sqrt{t} + C = -\sqrt{1-2x^2} + C.$$

$$1.6. \int \frac{dx}{x^2 - 2x + 4}.$$

Решение. Введём подстановку $t = x - 1, x = t + 1, dt = dx$. Получим:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 4} = \int \frac{dt}{(t+1)^2 - 2(t+1) + 4} = \int \frac{dt}{t^2 + 3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{3}} + C = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{\sqrt{3}} + C.$$

$$1.7. \int x \operatorname{arctg} x dx.$$

Решение. Применим формулу интегрирования по частям: $\int u dv = uv - \int v du$. В

данном случае: $u = \operatorname{arctg} x, dv = x dx, du = \frac{dx}{1+x^2}, v = \frac{x^2}{2}$. Подставляя эти выражения

в формулу, получим:

$$I = \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \int \frac{x^2}{2(1+x^2)} dx = \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$$

1.8. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{1-3x^5} dx$.

Решение. Введем подстановку $t = 1 - 3x^5$, откуда $dt = -15x^4 dx$. Тогда $I = -\frac{1}{15} \int \sqrt[4]{t} dt$.

Находим полученный табличный интеграл и возвращаемся к прежней переменной:

$$I = -\frac{1}{15} \int t^{\frac{1}{4}} dt = -\frac{1}{15} \cdot \frac{t^{\frac{5}{4}}}{\frac{5}{4}} + C = -\frac{4}{75} \sqrt[4]{t^5} + C = -\frac{4}{75} \sqrt[4]{(1-3x^5)^5} + C.$$

1.9. $\int \sin^3 x dx$;

Решение. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\int \sin^3 x dx = \int \sin^2 x \cdot \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx. \text{ Введём подстановку } \cos x = t,$$

$$\text{тогда } dt = -\sin x dx \text{ и получим: } -\int (1 - t^2) dt = -t + \frac{t^3}{3} + C = \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C.$$

1.10. $\int \cos^4 x \sin^3 x dx$.

Решение. Преобразуем подынтегральное выражение:

$$\int \cos^4 x \sin^3 x dx = \int \cos^4 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin x dx = \int \cos^4 x (1 - \cos^2 x) \sin x dx = \int (\cos^4 x - \cos^6 x) \sin x dx$$

Введём подстановку $\cos x = t$, тогда $dt = -\sin x dx$. Получим:

$$-\int (t^4 - t^6) dt = \frac{t^7}{7} - \frac{t^5}{5} + C = \frac{\cos^7 x}{7} - \frac{\cos^5 x}{5} + C.$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x}$.

Решение.

$$\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x} = F(4) - F(3) = \int_3^4 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| \Big|_3^4 = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{3} \right) = \ln \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

2.2. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx$.

Решение.

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx = F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sin 5x + \sin x) dx = \left(-\frac{\cos 5x}{5} - \cos x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= -2 \left(\frac{\cos \frac{5\pi}{4}}{5} + \cos \frac{\pi}{4} \right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{5\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{2}{5\sqrt{2}}.$$

$$2.3. \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$\text{Решение. } \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = F(1) - F(0) = \left(\frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \arcsin x \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Решение. Точка $x = 1$ является особой точкой, поскольку подынтегральная функция имеет в ней бесконечный разрыв. Поэтому:

$$I = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dx}{1-x^2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| \right) \Big|_0^{1-\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \ln \left| \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon} \right| - \ln 1 \right) = \frac{1}{2} (-\infty - 0) = -\infty -$$

получили бесконечный предел.

Таким образом, данный интеграл расходится.

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2.$$

Решение. Площадь данной фигуры равна разности площадей криволинейных трапеций, образованных прямой $y = x$ и гиперболой $y = \frac{1}{x}$ на отрезке $[1; 2]$.

$$S = \int_1^2 \left(x - \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \ln x \right) \Big|_1^2 = 2 - \ln 2 - \frac{1}{2} + 0 = 1\frac{1}{2} - \ln 2.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{1-x^2}, y = 0, x = 0.$$

Решение. Используем формулу для нахождения объёма тел вращения:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

$$V = \pi \int_0^1 (1-x^2) dx = \pi \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{2\pi}{3}.$$

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{1+7x}; 1.2. \int \frac{x dx}{2x-4}; 1.3. \int \frac{dx}{3-4x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln x}; 1.5. \int \frac{x dx}{\sqrt{2-3x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2-2x+4}; 1.7. \int \ln^2 x; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; 1.9. \int \sin^3 2x dx; 1.10. \\ \int \cos^5 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_1^4 \frac{dx}{x^2+2x}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-\cos^2 x} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^2}, y = -x, x = -2.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2x.$$

Вариант № 2.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{6-2x}; 1.2. \int \frac{x dx}{5x-1}; 1.3. \int \frac{dx}{1-4x^2}; 1.4. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 1.5. \int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2+2x+4}; 1.7. \int x \ln^2 x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-6}}; 1.9. \int \sin^4 2x dx; 1.10. \\ \int \cos^3 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_3^4 \frac{dx}{x^2-2x+1}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^1 \sqrt{4-\sin^2 x} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 \cos x, y = 3 \cos x, x = -\pi, x = \pi.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

Вариант № 3.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{3x+7}; 1.2. \int \frac{2x dx}{x+5}; 1.3. \int \frac{dx}{6-2x^2}; 1.4. \int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x^3}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2-x+2}; 1.7. \int x \ln x; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2+1}}; 1.9. \int \cos^4 2x dx; 1.10. \\ \int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$\begin{aligned} 2.1. \int_2^4 \frac{dx}{x^2-x-2}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx; 2.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3-x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4.$$

Вариант № 4.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{3-8x}$; 1.2. $\int \frac{3x dx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{2-5x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$; 1.5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5+x^2}}$;
 1.6. $\int \frac{dx}{x^2+3x+4}$; 1.7. $\int x^2 \ln x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-1}}$; 1.9. $\int \cos^3 3x dx$; 1.10.
 $\int \sin^5 x \sqrt{\cos^2 x} dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2-7x+12}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx$; 2.3. $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-\sin^2 x} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x, y = 1, x = 0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 2x.$$

Вариант № 5.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{2-3x}$; 1.2. $\int \frac{3x dx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{4-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2+5x^3}}$;
 1.6. $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$; 1.7. $\int x e^x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^5 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+2x+1}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x \cos 2x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt{4-\cos^2 x} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 \sin 3x, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 4x.$$

Вариант № 6.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int (3-2x)^3 dx; \quad 1.2. \int \frac{x^2 dx}{2x+1}; \quad 1.3. \int \frac{x dx}{4-3x^2}; \quad 1.4. \int \frac{(2+\ln x) dx}{x}; \quad 1.5. \int \frac{x^2 dx}{5x^3-1}; \\ &1.6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}; \quad 1.7. \int x^2 e^x dx; \quad 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}; \quad 1.9. \int \operatorname{tg}^2 x dx; \quad 1.10. \\ &\int \cos^4 x \sin^2 x dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad 2.2. \int_1^e \ln x dx; \quad 2.3. \int_0^2 \sqrt[3]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^3+1}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 7.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int (2-x)^3 dx; \quad 1.2. \int \frac{2x^2 dx}{x+1}; \quad 1.3. \int \frac{2x dx}{4-x^2}; \quad 1.4. \int \frac{(1+\ln x) dx}{2x}; \quad 1.5. \int \frac{x^2 dx}{4x^6-1}; \\ &1.6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}; \quad 1.7. \int x^2 \cos x dx; \quad 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}; \quad 1.9. \int \operatorname{tg}^2 x dx; \quad 1.10. \\ &\int \cos^3 x \sin^2 x dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e x \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^7} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^3}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 6x - 8, x = -1.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 4x.$$

Вариант № 8.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (2+4x)^4 dx$; 1.2. $\int \frac{3x^2 dx}{2x-3}$; 1.3. $\int \frac{3x dx}{1-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(1+\ln 2x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{x^3 dx}{2x^8+1}$;
1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+5}}$; 1.7. $\int x \cos x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; 1.9. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln(x+1) dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[4]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1, x = 8.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 9.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (5+2x)^5 dx$; 1.2. $\int \frac{2x^2 dx}{3x-4}$; 1.3. $\int \frac{3x dx}{6-x^2}$; 1.4. $\int \frac{(2-\ln x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{2x^2 dx}{9x^3+1}$;
1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$; 1.7. $\int x^2 \sin x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x+1}}$; 1.9. $\int tg^4 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^2 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln(2x-1) dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[6]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{2\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} \frac{dx}{x^2-8}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3 \cos 2x, y = 1\frac{1}{2}, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 4x.$$

Вариант № 10.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (7-2x)^6 dx$; 1.2. $\int \frac{4x^2 dx}{x-4}$; 1.3. $\int \frac{5x dx}{2-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(2+\ln^2 x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{3x^2 dx}{2x^6-1}$;
1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x+4}}$; 1.7. $\int x^2 \sin x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x-1}}$; 1.9. $\int \frac{1}{\sin^4 x} dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^5 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln x^2 dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[7]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x = 1 - y^2, x = 0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 11.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int \frac{dx}{1+7x}; 1.2. \int \frac{x dx}{2x-4}; 1.3. \int \frac{dx}{3-4x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln x}; 1.5. \int \frac{x dx}{\sqrt{2-3x^2}}; \\ &1.6. \int \frac{dx}{x^2-2x+4}; 1.7. \int \ln^2 x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; 1.9. \int \sin^3 2x dx; 1.10. \\ &\int \cos^5 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; 2.2. \int_1^e \ln x dx; 2.3. \int_0^2 \sqrt[3]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2x.$$

Вариант № 12.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$1.1. \int \frac{dx}{6-2x}; 1.2. \int \frac{x dx}{5x-1}; 1.3. \int \frac{dx}{1-4x^2}; 1.4. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 1.5. \int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

1.6. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 4}$; 1.7. $\int x \ln^2 x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 6}}$; 1.9. $\int \sin^4 2x dx$; 1.10. $\int \cos^3 x \sqrt{\sin^2 x} dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e x \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^7} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 6x - 8, x = -1.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

Вариант № 13.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{3x+7}$; 1.2. $\int \frac{2x dx}{x+5}$; 1.3. $\int \frac{dx}{6-2x^2}$; 1.4. $\int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x^3}}$; 1.6. $\int \frac{dx}{x^2 - x + 2}$; 1.7. $\int x \ln x$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2+1}}$; 1.9. $\int \cos^4 2x dx$; 1.10. $\int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln x^2 dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[7]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1, x = 8.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4.$$

Вариант № 14.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{3-8x}$; 1.2. $\int \frac{3x dx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{2-5x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$; 1.5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5+x^2}}$;
1.6. $\int \frac{dx}{x^2+3x+4}$; 1.7. $\int x^2 \ln x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-1}}$; 1.9. $\int \cos^3 3x dx$; 1.10.
 $\int \sin^5 x \sqrt{\cos^2 x} dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln(x+1) dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[4]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3\cos 2x, y = 1\frac{1}{2}, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 2x.$$

Вариант № 15.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{2-3x}$; 1.2. $\int \frac{3x dx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{4-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2+5x^3}}$;
1.6. $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$; 1.7. $\int x e^x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^5 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln(2x-1) dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[6]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x=1-y^2, x=0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2, y=4x.$$

Вариант № 16.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{1+7x}; 1.2. \int \frac{x dx}{2x-4}; 1.3. \int \frac{dx}{3-4x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln x}; 1.5. \int \frac{x dx}{\sqrt{2-3x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2-2x+4}; 1.7. \int \ln^2 x; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; 1.9. \int \sin^3 2x dx; 1.10. \\ \int \cos^5 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$\begin{aligned} 2.1. \int_1^4 \frac{dx}{x^2+2x}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=\frac{1}{x^2}, y=-x, x=-2.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y=2\sqrt{x}, y=2x.$$

Вариант № 17.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{6-2x}; 1.2. \int \frac{x dx}{5x-1}; 1.3. \int \frac{dx}{1-4x^2}; 1.4. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 1.5. \int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2+2x+4}; 1.7. \int x \ln^2 x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-6}}; 1.9. \int \sin^4 2x dx; 1.10. \\ \int \cos^3 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^1 \sqrt{4 - \sin^2 x} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 \cos x, y = 3 \cos x, x = -\pi, x = \pi.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

Вариант № 18.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$1.1. \int \frac{dx}{3x+7}; 1.2. \int \frac{2x dx}{x+5}; 1.3. \int \frac{dx}{6-2x^2}; 1.4. \int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x^3}};$$

$$1.6. \int \frac{dx}{x^2 - x + 2}; 1.7. \int x \ln x; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2+1}}; 1.9. \int \cos^4 2x dx; 1.10.$$

$$\int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_2^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx; 2.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \cos^2 x} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4.$$

Вариант № 19.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{3-8x}; 1.2. \int \frac{3x dx}{2x+1}; 1.3. \int \frac{dx}{2-5x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln^2 x}; 1.5. \int \frac{x dx}{\sqrt{5+x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2+3x+4}; 1.7. \int x^2 \ln x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-1}}; 1.9. \int \cos^3 3x dx; 1.10. \\ \int \sin^5 x \sqrt{\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$\begin{aligned} 2.1. \int_1^2 \frac{dx}{x^2-7x+12}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx; 2.3. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{2-\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x, y = 1, x = 0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 2x.$$

Вариант № 20.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{2-3x}; 1.2. \int \frac{3x dx}{2x+1}; 1.3. \int \frac{dx}{4-3x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln^3 x}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2+5x^3}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2+4x+5}; 1.7. \int x e^x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}; 1.9. \int \sin^5 x dx; 1.10. \\ \int \cos^3 x \sin^2 x dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 1}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^2 \sqrt{4 - \cos^2 x} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 - x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 \sin 3x, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 4x.$$

Вариант № 21.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$1.1. \int (3 - 2x)^3 dx; 1.2. \int \frac{x^2 dx}{2x + 1}; 1.3. \int \frac{x dx}{4 - 3x^2}; 1.4. \int \frac{(2 + \ln x) dx}{x}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{5x^3 - 1};$$

$$1.6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}; 1.7. \int x^2 e^x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}; 1.9. \int \operatorname{tg}^2 x dx; 1.10.$$

$$\int \cos^4 x \sin^2 x dx.$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}; 2.2. \int_1^e \ln x dx; 2.3. \int_0^2 \sqrt[3]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^3 + 1}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 22.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (2-x)^3 dx$; 1.2. $\int \frac{2x^2 dx}{x+1}$; 1.3. $\int \frac{2x dx}{4-x^2}$; 1.4. $\int \frac{(1+\ln x) dx}{2x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{4x^6-1}$;
1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$; 1.7. $\int x^2 \cos x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$; 1.9. $\int tg^2 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e x \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^7} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^3}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 6x - 8, x = -1.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 4x.$$

Вариант № 23.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (2+4x)^4 dx$; 1.2. $\int \frac{3x^2 dx}{2x-3}$; 1.3. $\int \frac{3x dx}{1-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(1+\ln 2x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{x^3 dx}{2x^8+1}$;
1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+5}}$; 1.7. $\int x \cos x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; 1.9. $\int ctg^2 x dx$; 1.10.
 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln(x+1) dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[4]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1, x = 8.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 24.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int (5 + 2x)^5 dx; \quad 1.2. \int \frac{2x^2 dx}{3x - 4}; \quad 1.3. \int \frac{3x dx}{6 - x^2}; \quad 1.4. \int \frac{(2 - \ln x) dx}{x}; \quad 1.5. \int \frac{2x^2 dx}{9x^3 + 1}; \\ &1.6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}; \quad 1.7. \int x^2 \sin x dx; \quad 1.8. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x + 1}}; \quad 1.9. \int \operatorname{tg}^4 x dx; \quad 1.10. \\ &\int \cos^2 x \sin^2 x dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x^2}; \quad 2.2. \int_1^e \ln(2x - 1) dx; \quad 2.3. \int_0^1 \sqrt[6]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{2\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} \frac{dx}{x^2 - 8}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3\cos 2x, y = 1\frac{1}{2}, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = 4x.$$

Вариант № 25.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int (7 - 2x)^6 dx; \quad 1.2. \int \frac{4x^2 dx}{x - 4}; \quad 1.3. \int \frac{5x dx}{2 - 3x^2}; \quad 1.4. \int \frac{(2 + \ln^2 x) dx}{x}; \quad 1.5. \int \frac{3x^2 dx}{2x^6 - 1}; \end{aligned}$$

1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}}$; 1.7. $\int x^2 \sin x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x-1}}$; 1.9. $\int \frac{1}{\sin^4 x} dx$; 1.10. $\int \cos^3 x \sin^5 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln x^2 dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[7]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x = 1 - y^2, x = 0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3, y = x.$$

Вариант № 26.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{1+7x}$; 1.2. $\int \frac{xdx}{2x-4}$; 1.3. $\int \frac{dx}{3-4x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$; 1.5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{2-3x^2}}$; 1.6. $\int \frac{dx}{x^2-2x+4}$; 1.7. $\int \ln^2 x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^3 2x dx$; 1.10. $\int \cos^5 x \sqrt{\sin^2 x} dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 3.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2x.$$

Вариант № 27.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{6-2x}; 1.2. \int \frac{x dx}{5x-1}; 1.3. \int \frac{dx}{1-4x^2}; 1.4. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 1.5. \int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2+2x+4}; 1.7. \int x \ln^2 x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-6}}; 1.9. \int \sin^4 2x dx; 1.10. \\ \int \cos^3 x \sqrt{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; 2.2. \int_1^e x \ln x dx; 2.3. \int_0^2 \sqrt[3]{x^7} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 6x - 8, x = -1.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

Вариант № 28.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} 1.1. \int \frac{dx}{3x+7}; 1.2. \int \frac{2x dx}{x+5}; 1.3. \int \frac{dx}{6-2x^2}; 1.4. \int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x^3}}; \\ 1.6. \int \frac{dx}{x^2-x+2}; 1.7. \int x \ln x; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2+1}}; 1.9. \int \cos^4 2x dx; 1.10. \\ \int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; 2.2. \int_1^e \ln x^2 dx; 2.3. \int_0^1 \sqrt[7]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1, x = 8.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4.$$

Вариант № 29.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} &1.1. \int \frac{dx}{3-8x}; 1.2. \int \frac{3xdx}{2x+1}; 1.3. \int \frac{dx}{2-5x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln^2 x}; 1.5. \int \frac{xdx}{\sqrt{5+x^2}}; \\ &1.6. \int \frac{dx}{x^2+3x+4}; 1.7. \int x^2 \ln x dx; 1.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-1}}; 1.9. \int \cos^3 3x dx; 1.10. \\ &\int \sin^5 x \sqrt{\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_{-1/2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; 2.2. \int_1^e \ln(x+1) dx; 2.3. \int_0^2 \sqrt[4]{x^5} dx.$$

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3\cos 2x, y = 1\frac{1}{2}, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 2x.$$

Вариант № 30.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

$$1.1. \int \frac{dx}{2-3x}; 1.2. \int \frac{3xdx}{2x+1}; 1.3. \int \frac{dx}{4-3x^2}; 1.4. \int \frac{dx}{x \ln^3 x}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2+5x^3}};$$

1.6. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$; 1.7. $\int x e^x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}}$; 1.9. $\int \sin^5 x dx$; 1.10. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln(2x-1) dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[6]{x^5} dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x = 1 - y^2, x = 0.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = 4x.$$

4. КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Отметка «**отлично**»—задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Отметка «**хорошо**»—задание выполнено правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Отметка «**удовлетворительно**»—задание выполнено правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Отметка «**неудовлетворительно**»— допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или задание не решено полностью.

5. ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература (библиотека СГАУ)

1. **Шипачев, В. С.** Курс высшей математики : учебник для вузов / Под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., испр. - М. : ОНИКС, 2007. - 600 с. : ил.
2. **Шипачев, В. С.** Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 479 с. - ISBN 5-06-003959-5

3. **Пантелеев, А. В.** Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 544 с. - (Прикладная математика для вузов). - ISBN 978-5-06-004137

4. **Виленкин, И. В.** Высшая математика: линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебное пособие / И. В. Виленкин, В. М. Гробер. - 6-е изд. - Ростов н/Д. : Феникс, 2011. - 414 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-222-18236-9

5. **Хвалько Т. А.** Высшая математика (решение типовых задач. Часть 1.) / Хвалько Т. А. - Балашов : [б. и.], 2009. - (учебное пособие для студентов 1 курса инженерно-технических специальностей). - Б. ц.

6. **Шипачев, В. С.** Задачник по высшей математике : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 304 с. : ил. - ISBN 978-5-06-003575-9 : 369.60 р.

7. **Тыртышников, Е. Е.** Матричный анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Е. Е. Тыртышников. - М. : Физматлит, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0778-5

8. **Самарский, А. А.** Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0602-9

б) дополнительная литература

1. **Красс, М. С.** Математика для экономистов : учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с. - (Учебное пособие). - ISBN 978-5-94723-672-9

2. **Камышова, Г. Н.** Математический анализ : учебное пособие / Г. Н. Камышова, С. В. Чумакова, Н. Н. Терехова ; ФГБОУ ВПО СГАУ. - Саратов : Научная книга, 2012. - 87 с. - ISBN 978-5-97-58-14-30-2

3. **Кириллова, Т. В.** Математические методы в экономике : учебное пособие / Т. В. Кириллова, И. С. Вельдяева, Н. А. Цолан. - Саратов : ФГБОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2012. - 51 с.

4. **Баранова, Е. К.** Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям 550000 "Технические науки", 650000 "Техника и технологии" / Е. К. Баранова. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2013. - 400 с. : ил. - ISBN 978-5-496-00012-3

5. **Хучраева, Т. С.** Высшая математика : учебное пособие / Т. С. Хучраева, А. А. Смоленинов, Т. В. Кириллова. - Саратов : ФГБОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2008. - 156 с. - ISBN 978-5-7011-0559-9

6. **Степанов, В. В.** Математика : сб. заданий и упражнений для вып. контрольных работ студ. инженерно-тех. спец. с.-х. вузов / сост. В. В.

Степанов , В. Н. Опрышко, Ю. В. Лажаунинкас. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2010. - 128 с.

7. **Степанов, В. В.** Математика [Текст] : сборник заданий и упражнений / В. В. Степанов, В.Н. Опрышко, Ю.В.Лажаунинкас; ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ" . - Саратов : [б. и.], 2010. - 128 с. - ISBN 978-5-91879-060-1

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:Rambler, Yandex, Google:

- www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
- <http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
- <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
- <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики.
- Электронная библиотека СГАУ- <http://library.sgau.ru>